

Dla każdego  $n \geq 1$  niech  $\varphi(n)$  będzie liczbą takich liczb całkowitych z przedziału  $1 \leq a \leq n$ , że  $\text{NWD}(a, n) = 1$ . Wtedy funkcję  $\varphi$  nazywamy funkcją Eulera.

- **Własność 1**

Niech  $p$  będzie liczbą pierwszą. Wtedy  $\varphi(p) = p - 1$

- **Własność 2**

Niech  $m \geq 1$  oraz  $n \geq 1$  oraz  $\text{NWD}(m, n) = 1$ . Wtedy  $\varphi(mn) = \varphi(m)\varphi(n)$ .

- **Własność 3**

Niech  $p$  będzie liczbą pierwszą. Wtedy  $\varphi(p^k) = p^{k-1}(p-1)$

- **Małe twierdzenie Fermata**

Jeżeli  $p$  jest liczbą pierwszą, nie będącą dzielnikiem liczby całkowitej  $a$  to :

$$a^{\varphi(p)} \equiv 1 \pmod{p}$$

Oto przykład algorytmu wyliczającego funkcję **Eulera** w języku PHP. Użyłem funkcji pomocniczej **nwd**, która oblicza największy wspólny dzielnik dla dwóch liczb naturalnych większych od 0.

```
function nwd($a,$b)
{
while($a*$b!=0)
{
if ($a>$b)
{
$a=$a%$b;
}
else
{
$b=$b%$a;
}
}
$wynik=$a+$b;
return($wynik);
}
```

```
function euler($n)
{
$wynik=0;
for ($i=1;$i<$n;++$i)
```

```
{  
$sprawdz=nwd($i,$n);  
if ($sprawdz==1) ++$wynik;  
}  
return($wynik);  
}
```

W poniższej tabeli podałem wartości funkcji Eulera dla kolejnych potęg liczby 10.

n	$\varphi(n)$
10	4
100	40
1000	400
10000	4000
100000	40000

Wartość funkcji Eulera dla kolejnych potęg liczby 10