

# Funkcja Eulera

Dla każdego  $n \geq 1$  niech  $\varphi(n)$  będzie liczbą takich liczb całkowitych z przedziału  $1 \leq a \leq n$ , że  $\text{NWD}(a,n)=1$ . Wtedy funkcję  $\varphi$  nazywamy funkcją Eulera.

## **Własność 1**

Niech  $p$  będzie liczbą pierwszą. Wtedy  $\varphi(p)=p-1$

## **Własność 2**

Niech  $m \geq 1$  oraz  $n \geq 1$  oraz  $\text{NWD}(m,n)=1$ . Wtedy  $\varphi(mn)=\varphi(m)\varphi(n)$ .

## **Własność 3**

Niech  $p$  będzie liczbą pierwszą. Wtedy  $\varphi(p^k)=p^{k-1}(p-1)$

## **Małe twierdzenie Fermata**

Jeżeli  $p$  jest liczbą pierwszą, nie będącą dzielnikiem liczby całkowitej  $a$  to :

$$a^{\varphi(p)} \equiv 1 \pmod{p}$$

Oto przykład algorytmu wyliczającego funkcję **Eulera** w języku PHP. Użyłem funkcji pomocniczej **nwd**, która oblicza największy wspólny dzielnik dla dwóch liczb naturalnych większych od 0.

```
function nwd($a, $b)
{
while($a*$b!=0)
{
if ($a>$b)
{
$a=$a%$b;
}
else
{
$b=$b%$a;
}
```

```

}
}
$wynik=$a+$b;
return($wynik);
}

function euler($n)
{
$wynik=0;
for ($i=1;$i<$n;++$i)
{
$sprawdz=nwd($i,$n);
if ($sprawdz==1) ++$wynik;
}
return($wynik);
}

```

W poniższej tabeli podałem wartości funkcji Eulera dla kolejnych potęg liczby 10.

<b>n</b>	<b><math>\varphi(n)</math></b>
10	4
100	40
1000	400
10000	4000

100000	40000

wartości funkcji Eulera dla kolejnych potęg liczby 10