

Funkcja Eulera

<http://www.liczby pierwsze.com>

Dla każdego $n \geq 1$ niech $\varphi(n)$ będzie liczbą takich liczb całkowitych z przedziału $1 \leq a \leq n$, że $\text{NWD}(a, n) = 1$. Wtedy funkcję φ nazywamy funkcją Eulera.

➤ **Własność 1**

Niech p będzie liczbą pierwszą. Wtedy $\varphi(p) = p - 1$

➤ **Własność 2**

Niech $m \geq 1$ oraz $n \geq 1$ oraz $\text{NWD}(m, n) = 1$. Wtedy $\varphi(mn) = \varphi(m)\varphi(n)$.

➤ **Własność 3**

Niech p będzie liczbą pierwszą. Wtedy $\varphi(p^k) = p^{k-1}(p-1)$

➤ **Małe twierdzenie Fermata**

Jeżeli p jest liczbą pierwszą, nie będącą dzielnikiem liczby całkowitej a to :

$$a^{\varphi(p)} \equiv 1 \pmod{p}$$

Oto przykład algorytmu wyliczającego funkcję **Eulera** w języku PHP. Użyłem funkcji pomocniczej **nwd**, która oblicza największy wspólny dzielnik dla dwóch liczb naturalnych większych od 0.

```
function nwd($a,$b)
{
while($a*$b!=0)
{
if ($a>$b)
{
$a=$a%$b;
}
else
{
$b=$b%$a;
}
}
$wynik=$a+$b;
```

```
return($wynik);  
}
```

```
function euler($n)  
{  
  $wynik=0;  
  for ($i=1;$i<$n;++$i)  
  {  
    $sprawdz=nwd($i,$n);  
    if ($sprawdz==1) ++$wynik;  
  }  
  return($wynik);  
}
```

W poniższej tabeli podałem wartości funkcji Eulera dla kolejnych potęg liczby 10.

n	$\varphi(n)$
10	4
100	40
1000	400
1000	400
10000	4000
100000	40000